

第一届 MPMT 银河系猎户座旋臂赛区决赛

宇宙中心五道口站

1st Mimi Physics Masters Tournament Final

理论部分 满分 160 分 限时 6 小时

Copyright©Mimi 2016 Huashiyi Questions-Brushing Corporation™®

理论第一题 生活中的物理学（本题由四个独立的部分组成）

A. 黑盒子里的人

一个人和一个黑盒子被关在箱子里，黑盒子内装有半衰期为一小时的某原子、盖革计数器 and 一把手枪，如果盖革计数器检测到原子衰变，则将触发手枪击毙此人。实验开始一小时后，某路人甲因急性短暂性精神病发作，持加特林在箱外向箱子内射击（子弹击穿了箱子，但箱子并未打开）。已知在这个国家，杀人罪判处死刑，鞭尸罪罚款 500 元。

请回答以下问题：

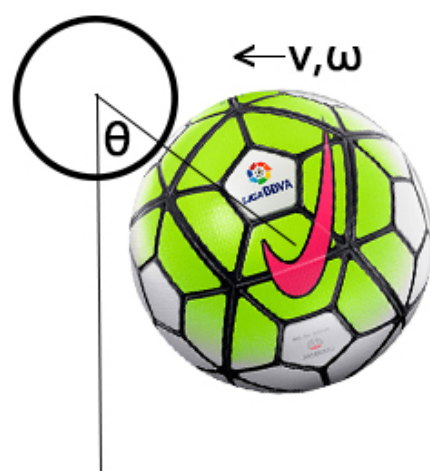
(A1) 试问路人甲犯了什么罪？

(A2) 该案证据确凿，试问法官应采取什么正确手段可使路人甲受到应有的惩罚？

B. 克里斯蒂亚诺·罗纳尔多的射门

在巴萨 4:0 皇马的比赛中，C 罗一脚射门击中横梁弹出。考虑以下模型：足球以 v 的水平初速度朝横梁飞去，且带有角速度 ω 的逆时针旋转，如图所示。随后足球与横梁发生斜碰，恢复系数 $e=0.7$ ，摩擦因数

$\mu=0.7$ 。试就以下三种情况讨论 θ 为何值时球能够打进（忽略门线宽度，虽然本不该忽略）。



(B1) $\omega=0$

(B2) $v=20\text{m/s}$, $\omega=6\text{rad/s}$

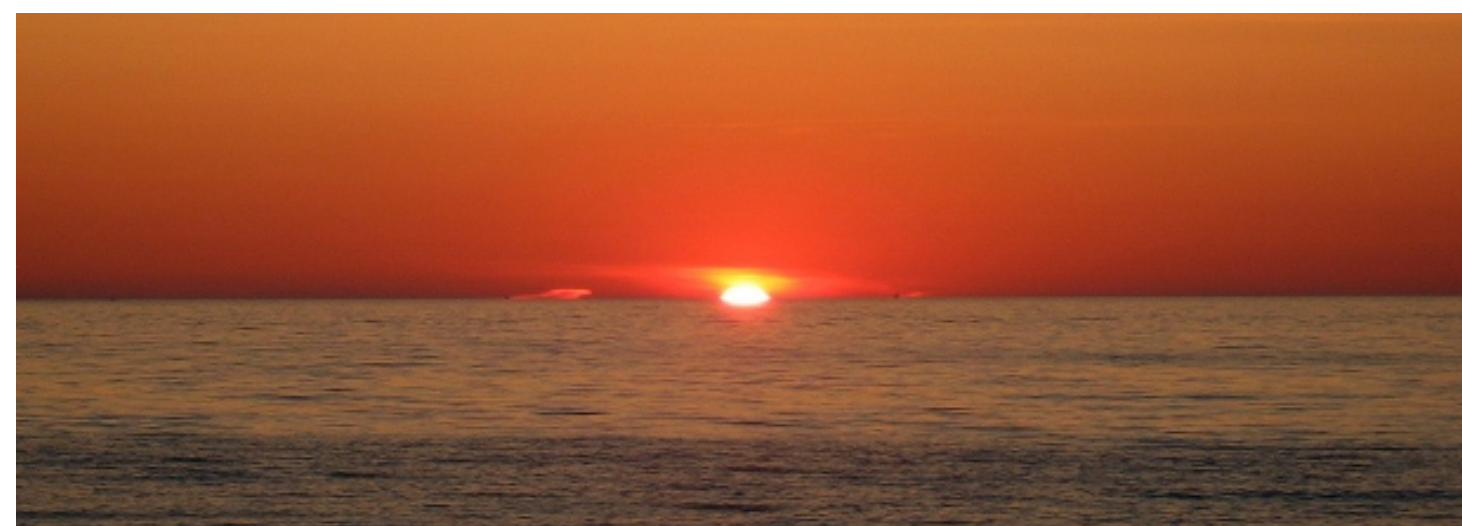
(B3) $v=20\text{m/s}$, $\omega=12\text{rad/s}$

C. 吃粥的同学

一位同学从食堂买了一碗黑米粥，因急于赶回教室刷题，边走边吃。已知黑米粥初温 $T_0=70^\circ\text{C}$ ，环境温度 $T=15^\circ\text{C}$ ，黑米粥比热容为 $c=2500\text{J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ ，初质量 $m_0=200\text{g}$ ，吃粥速率 $\alpha=25\text{g}/\text{min}$ ，且粥和空气之间的热传导系数为 $k=0.6\text{W}/^\circ\text{C}$ 。忽略嘴巴与粥接触而散失的热量，且该同学自带保温碗热容不计。试根据牛顿冷却定律估算其走到教室时粥的温度。

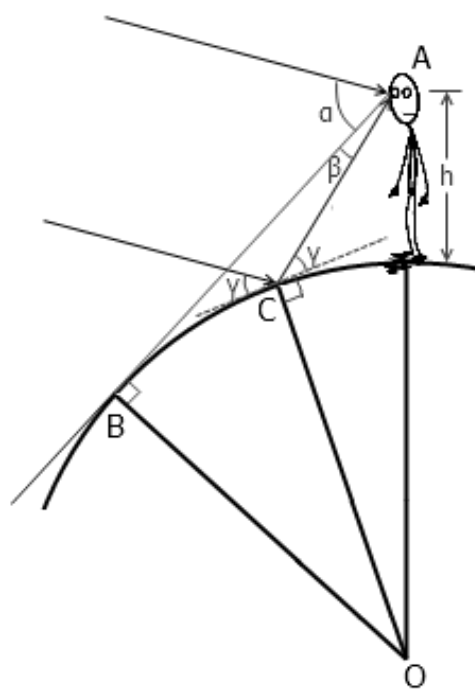
D. 密歇根湖的日落

你相信吗，仅仅利用一张日落的照片，你就能得出地球的半径大小！Princeton 大学的 Robert Vanderbei 在 2008 年的一篇论文《The Earth is Not Flat—Can a photo of the sunset over Lake Michigan reveal the shape of our planet?》中对一张摄于密歇根湖的日落照片进行了分析，不但证实了地球是圆的，还依据照片上的内容对地球半径进行了估算。

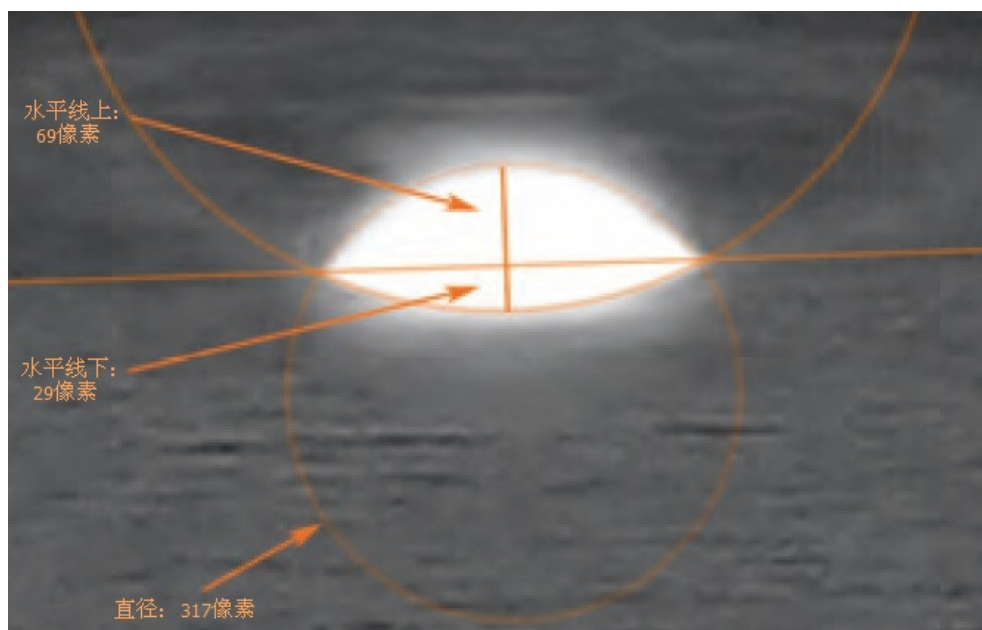


事情的起因就是上面这张很平常的日落照片,以及这样一个大家平时并没有太在意的问題:太阳露出水面的部分应该是一个标准的弓形,但为什么在日出日落时,我们所看到的太阳是一个橄榄球一样的形状?大家或许会很快想到,发光体的下半部分其实是日光反射在水面上造成的。随之产生的是另一个问題:为什么它的下半部分要比上半部分小一些呢?

这是因为——想到这个问题的答案并不容易——地球是圆的。右图就是人站在地球上看到日出的一个比例夸张版示意图,其中 O 为地球的中心, A 为人眼的位置,



AB 为视平线, B 点为水天交界处。由于太阳距离我们相当遥远,因此我们把太阳光看作是一束理想的平行光线。我们把直接射入人眼的太阳光与 AB 的夹角记为 α ,把经过水面上的一点 C 反射进



入人眼的光线与 AB 的夹角记为 β 。从图上可见,视角 β 比 α 小,也就是说太阳在水面上的镜像比本身要小一些。

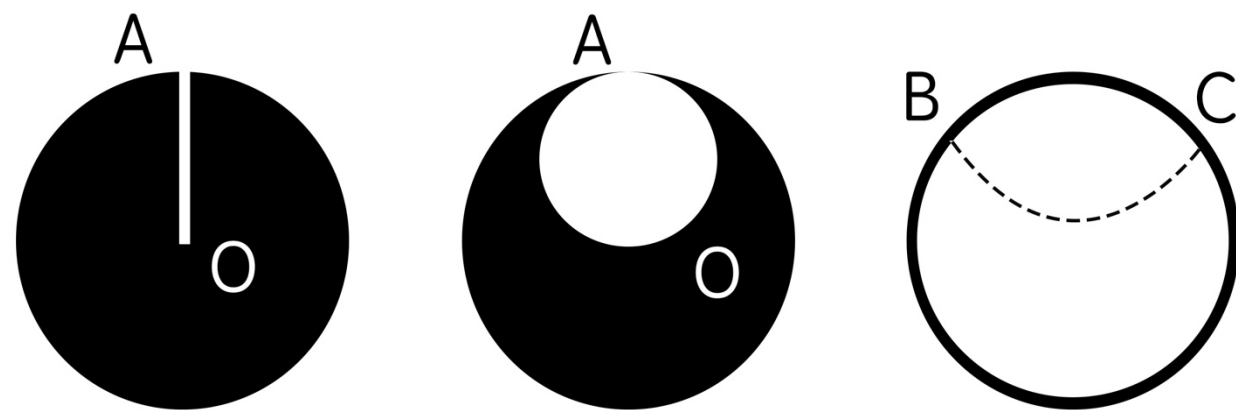
β 究竟比 α 小多少呢?对照片进行精确地测量,可知太阳的直径相当于照片中的 317 个像素,而露出水面的部分高 69 像素,水中的倒影则只有 29 像素。众所周知太阳的视直径(看太阳的视角)为 0.5 度,因此我们就得到 $\alpha = 0.5 \cdot 69 / 317 \approx 0.1088$ 度, $\beta = 0.5 \cdot 29 / 317 \approx 0.0457$ 度。

如果再已知人眼(或者说相机)离水面的垂直距离 h 为 1.8 米,那么根据这些数据我们就足以估算出地球的半径了。不妨把 $\angle AOB$ 记为 φ ,把 $\angle AOC$ 记为 θ ,把人眼到水天相接处的距离 AB 记为 D ,把人眼到反射点的距离 AC 记为 d ,入射角和反射角记为 γ ,最后用 r 来表示地球半径。试给出 r 的表达式并计算其值。

理论第二题 小绿人和他们的糖果星

A.爱吃(zuo)糖(si)的小绿人

宇宙事件测试学会给它的一个专家发送了下面的简短报告:一艘爱吃糖果的小绿人的宇宙飞船发现了一个完全呈球形的糖果星。从糖果星的表面上 A 点到其中心的 O 点,他们钻了一个很窄的试验用的矿井,从而证明了整个小行星由均匀的糖果组成。在表面上那一点,突然发生了一个事故,一个小绿人从小行星的表面掉进了试验井里。他毫无阻碍地掉了下去,一直到达 O 点,在那儿他因为撞击而挂掉了。然而,工作仍然在继续,小绿人们开始秘密地挖掘糖果。这个过程中,他们在小行星的内部形成了一个直径为 AO 的球形腔,如图所示。然后,第二个事故发生了,另一个小绿人也类似地从 A 点掉到了 O 点,挂掉了。



(A1)宇宙事件测试学会要求这个专家计算撞击速度的比值,及这两个不幸的小绿人从 A 点掉到 O 点所用时间的比值。这个专家会在其答复中给出什么样的图像呢?

(A2)上面问题中的小绿人继续着它们的开采。它们毁灭环境的行为的结果是,不久以

后，糖果星的一半被开采光了，仅仅留下了一个规则的半球体。从糖果星上开采的部分被运走了。如果原来的球形的糖果星表面的重力加速度为 $g_0=9.81\text{cm/s}^2$ ，请问余下的半球的圆形表面的中心位置的重力加速度是多大？

(A3)爱吃糖果的的小绿人发现了另一个质量均匀分布、半径为 10km 的糖果小行星。它们开始开采，并且将开采的部分运到小行星的表面。小绿人绕着小行星的赤道钻了一个宽度 1m 的矿井，它们通过这个矿井来开采糖果，直到它们将小行星完全切割成了两半。然后，事故发生了，将小行星分成两个半球体的支柱断裂了，小行星塌了下来，宇宙事件测试学会的专家们需要计算在小行星坍塌之前，作用在支柱上的总的作用力是多少？请帮助他们。

B.糖果星的极值问题

(B1)小绿人试图在球形的糖果星中钻出一条连接 BC 两点的隧道，要求从 B 到 C 所用的时间最短。那么这个隧道应该是什么形状的？给出隧道形状的解析式并求出最短的时间。假设 BC 所对的圆心角为 α ，隧道内壁光滑。

(B2)小绿人通过不断地搬运糖果，改变了糖果星的形状，使得星球表面某一点的重力加速度达到了最大。假设糖果不可压缩，密度不变，那么这个最大的重力加速度比原来的球形糖果星大多少？请给出解析表达式。

C. 液态糖果星

小绿人们继续着他们寻找糖果的步伐。一日，他们发现了一颗奇特的糖果星。由于某种原因，原本固态的糖果星被完全熔化了，成了一颗由糖水组成的液态糖果星。糖水是一种有粘滞、可压缩的非理想流体，折射率 n 和密度 ρ 均是压强 p 的函数。通过对糖水加压并测量对应的光速，小绿人们成功地拟合出了 n 和 p 的关系。

(C1)如果测出该星球的半径为 R ，那么 它的质量为多少？

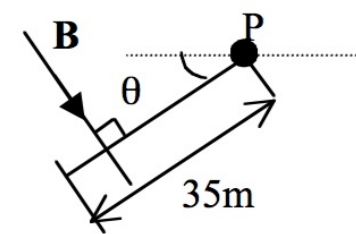
(C2)请给出 ρ 和 p 的关系 $\rho(p)$

(C3)震动

均匀重力场

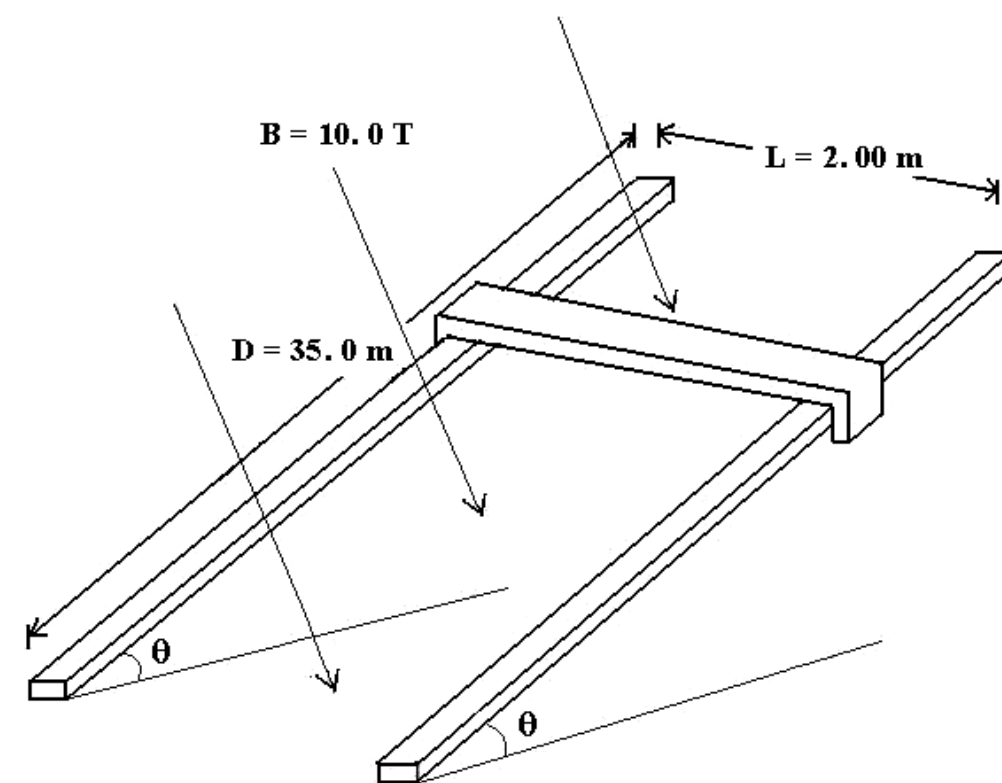
拆开能量

拆开最小能量



理论第三题 电磁炮

A young man at P and a young lady at Q were deeply in love. These two places are



separated by a strait of width $w=1000\text{m}$. After learning about the theory of rail gun in class, the young man could not wait to construct such a device to launch himself across the strait. He constructed a ramp of adjustable elevation of angle θ on which he laid two metal rails (the length of each rail is $D=35.0\text{ m}$) in parallel, separated by $L=2.00\text{ m}$. He managed to connect a 2424V DC power supply to the ends of the rails. A conducting bar can slide freely on the metal rails such that he could hang on to it safely as it slides.

A skilled engineer, moved by all these efforts, designed a system that can produce a $B=10.0\text{T}$ magnetic field that can be directed perpendicular to the plane of the rails. The mass of the young man is 70kg . The mass of the conducting bar is 10 kg and its resistance is $R=1.0\Omega$.

Just after he had completed the construction and checked that it worked perfectly, he received a call from the young lady, sobbing and telling him that her father was going to marry her off to a rich man unless he can arrive at Q within 11 seconds after the call, and having said that she hang up.

The young man immediately got into action and launched himself across the strait to Q.

Show, using the steps listed below, whether it is possible for him to make it in time, and if so, what is the range of θ he must set the ramp?

(A) Derive an expression for the acceleration of the young man parallel to the rail.

(B) Obtain an expression in terms of θ for the time spent i. on the rails, t_s and

ii. in flight, t_f .

(C) Plot a graph of the total time $T=t_s+t_f$ against the angle of inclination θ .

(D) By considering the relevant parameters of this device, obtain the range of angles that he should set. Plot another graph if necessary.

Make the following assumptions:

(1) The time between the end of the call and all preparations (such as setting θ to the appropriate angle) for the launch is negligible. This is to say, the launch is considered to start at time $t=0$ when the bar (with the young man hanging to it) is starting to move.

(2) The young man may start his motion from any point along the metal rails.

(3) The higher end of the ramp and Q is at the same level, and the distance between them is $w=1000\text{m}$.

(4) There is no question about safety such as when landing, electric shocks, etc.

(5) The resistance of the metal rails, the internal resistance of the power supply, the friction between the conducting bar and the rails and the air resistance are all negligible.

(6) Take acceleration due to gravity as $g=10\text{ m/s}^2$.